

► **R10** Déterminer la forme exponentielle complexe de $z = 2\sqrt{2} - \sqrt{6} + i\sqrt{2}$.

Corrigé

$$\begin{aligned}
 z &= 2\sqrt{2} - \sqrt{6} + i\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 2\frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{2} + 2i\frac{\sqrt{2}}{2} \\
 &= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) = 2\sqrt{2}\left[1 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)\right] \\
 &= 2\sqrt{2}\left[1 + \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right] = 2\sqrt{2}\left(e^{i0} + e^{i\frac{5\pi}{6}}\right) \\
 &= 2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}\left(e^{-i\frac{5\pi}{12}} + e^{i\frac{5\pi}{12}}\right) = 4\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}} \times \frac{e^{-i\frac{5\pi}{12}} + e^{i\frac{5\pi}{12}}}{2} \\
 &= 4\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}} \times \frac{e^{i\frac{5\pi}{12}} - e^{-i\frac{5\pi}{12}}}{2} = 4\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}} \times \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) \\
 &= 4\sqrt{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)e^{i\frac{5\pi}{12}}
 \end{aligned}$$

Résumons :

$$z = 4\sqrt{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)e^{i\frac{5\pi}{12}}$$

Remarquons que

$$0 < \frac{5\pi}{12} < \frac{6\pi}{12}$$

autrement dit :

$$0 < \frac{5\pi}{12} < \frac{\pi}{2}$$

Or, si $x \in [0; \frac{\pi}{2}[$ alors $\cos(x) > 0$, donc : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) > 0$

par conséquent : $4\sqrt{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) > 0$.

Conclusion :

La forme exponentielle complexe de z est :

$$4\sqrt{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)e^{i\frac{5\pi}{12}}$$

The screenshot shows a scientific calculator interface with the following text:

- Top status bar: NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
- Main display: $4\sqrt{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)e^{i\frac{5\pi}{12}}$
- Below a dotted line: $-\sqrt{6}+2\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

Rappelons que : $re^{i\theta}$ est forme exponentielle à la condition que **r soit un réel strictement positif** et θ un réel.